

Inversiooni esitatakse mõnes allikas ka ülakomaga: $\bar{x} \equiv 'x$

Loogikatehete PRIORITEET loogikaavaldistes
esimesena teostatakse **üksikute muutujate inversioonid**
(ehk "lühikesed inversioonid"): $\bar{x}_3$

kui sulgudega ei määrata teisiti, siis **konjunktsioon** (ehk *korrumine*) on
prioriteetsem kui **disjunktsioon** (ehk *liitmine*);

avaldise mingile osale rakendatud (ehk "pikad") inversioonid saab teostada
alles pärast selle avaldise(osa) väljaarvutamist, mille "kohal" / "peal" nad on;

┌ näide: _____

loogikaavaldises $\overline{x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)}$ on tehete järjekord:

$$\overline{x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)}$$

$$\overline{x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)}$$

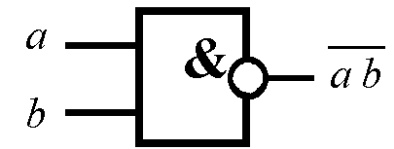
$$\overline{x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)}$$

$$\overline{x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)}$$

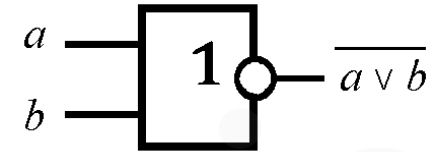
Loogikaelemendid JA-EI (NAND) VÕI-EI (NOR)

Lisaks eelpool meenutatud **lihtloogikaelementidele JA VÕI EI** on
olemas nendest tähtsamad loogikaelemendid, mis teostavad "järjest kahte
tehete" ehk lihtloogikaelementidest veidi keerulisemat töötlust.

JA-EI element teeb oma sisendite **konjunktsiooni inversiooni** (NAND):



VÕI-EI element teeb oma sisendite **disjunktsiooni inversiooni** (NOR):



tähtsus:

Suvalise digitaalse töötluste saab koostada, kasutades ainult elementi **JA-EI**

Suvalise digitaalse töötluste saab koostada, kasutades ainult elementi **VÕI-EI**

Reaalsetes digitaalseadmetes eelistataksegi rakendada skeeme, milles
sisalduvad **ainult ühesugused loogikaelemendid:**

JA-EI elemendid

või

VÕI-EI elemendid

Meie kasutame digitaalskeemide koosseisus **viite** erinevat loogikaelementi.

LOOGIKASKEEM kui FÜÜSILINE MUDEL

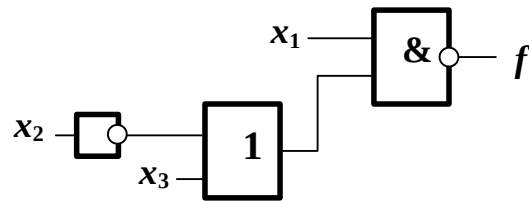
LOOGIKAVALDIS kui MATEMAATILINE MUDEL

Iga **loogikaskeemi** jaoks saab koostada teda esitava **loogikaavaldise**;

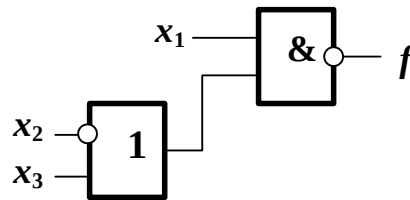
Iga **loogikaavaldise** jaoks saab koostada teda realiseeriva **loogikaskeemi**

┌ näide: _____

Loogikaavaldisele $f = \overline{x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)}$ vastab loogikaskeem:



sisendite eel**inverteerimist** võib skeemi visuaalse kompaktsuse huvides esitada skeemil ka nii:



Loogikaavaldiste võrdsus

Kaks erinevat loogikaavaldist on võrdväärised ehk **loogiliselt võrdsed**, kui nad mõlemad omandavad muutujate (kõikvõimalike) samade väärtuskombinatsioonide korral sama loogikaväärtuse **0** või **1**.

teiste sõnadega:

loogikaavaldised / loogikafunktsioonid on teineteisega **loogiliselt võrdsed**, kui nende **tõeväärtustabelid on täpselt samasugused**

näide: $x_1 \bar{x}_2 \vee x_2 = x_1 \vee \bar{x}_1 x_2$

Asendades siin muutujate x_1 ja x_2 asemele mingid loogikaväärtused, väärtustuvad võrduse mõlema poole avaldised alati ühtemoodi **0**-ks või ühtemoodi **1**-ks: (*kontrollimiseks arvutame avaldiste tõeväärtustabelid:*)

$x_1 x_2$	$x_1 \bar{x}_2 \vee x_2$	$x_1 \vee \bar{x}_1 x_2$
0 0		
0 1		
1 0		
1 1		

tulemuseks saame samasugused / kokkulangevad tõeväärtustabelid:

$x_1 x_2$	$x_1 \bar{x}_2 \vee x_2$	$x_1 \vee \bar{x}_1 x_2$
0 0	0	0
0 1	1	1
1 0	1	1
1 1	1	1

Loogikaavaldiste duaalsus

Loogikaavaldis omandab oma *duaalse* kuju, kui

- ♦ avaldise kõik *konjunksioonid* asendada *disjunksiooniga*
- ♦ avaldise kõik *disjunksioonid* asendada *konjunksiooniga*
- ♦ avaldise kõik *konstandid 0* asendada *konstandiga 1*
- ♦ avaldise kõik *konstandid 1* asendada *konstandiga 0*
(**inversioone** ei asendata duaalsele kujule ülemannes)

Duaalsele kujule ülemannes **tehete järjekord avaldises ei tohi muutuda** (ehk *duaalses* kujus tuleb rakendada sulud)

✓ näide:

avaldis $x_1 \bar{x}_2 \vee x_3$ jaoks tema *duaalne* avaldis on:

$$(x_1 \vee \bar{x}_2) x_3$$

✓ näide:

võrduse $x_1 \bar{x}_2 \vee x_3 = 0$ jaoks tema *duaalne* võrdus on:

$$(x_1 \vee \bar{x}_2) x_3 = 1$$

Kui duaalse avaldis jaoks leida veelkord *duaalne* avaldis, siis saadakse esialgne avaldis tagasi.

Seega *duaalsed* avaldised ja võrdused on **vastastikku duaalsed**:
"duaalsete avaldiste paar" "duaalsete võrduste paar"

duaalsusprintsiiip

Loogikaavaldiste kohta kehtib *duaalsusprintsiiip* :

Kui 2 loogikaavaldist on võrdsed, siis on ka nende duaalsed avaldised omavahel võrdsed :

$$\begin{array}{ccc} A & = & B \\ \downarrow & & \downarrow \\ A_d & & B_d \\ A_d & = & B_d \end{array}$$

erinevad

kuid VÕRDSED

avaldised

mõlemale

leitud tema

DUAALNE

kuju

ka duaalsed

avaldisekujud on

teineteisega

VÕRDSED

Loogikaalgebra põhiseosed

Duaalsusprintsiiibist tulenevalt kehtivad kõik loogikaalgebra põhiseosed *duaalsete* paaridena.

Loogikaalgebra põhiseosed esituvad kuni 3 loogikamuutuja abil, mida tähistame siin *x y z* . *Neid muutujatähiseid on põhiseoste esitamisel kasutatud indekseid vältimiseks ehk nad on x₁x₂x₃ asemel*

Igaüks nendest on tegelikult loogikaväärtus **0** või **1** : *x,y,z ∈ { 0 1 }*

Järgnevad võrdsed (põhiseosed) kehtivad olenemata sellest, kumba loogikaväärtuse (**0** või **1**) me nendes iga loogikamuutuja *x y z* asemele asendame.

Põhiseoste kehtivus tuleneb elementaarsete loogikatehete definitsioonidest:

	konjunktsioon	disjunktsioon
A B	A ∧ B	A ∨ B
0 0	0	0
0 1	0	1
1 0	0	1
1 1	1	1

eituse eitamise seadus : $\overline{\overline{x}} = x$

! viga :



selles avaldises ei ole topeltinversiooni :

$$\overline{x_1 \overline{x_2}}$$

seega

$$\overline{x_1 \overline{x_2}} \neq \overline{x_1} x_2$$

seosed konstantidega **0** ja **1**:

$$\overline{0} = 1$$
$$\overline{1} = 0$$
$$0 \cdot 1 = 0$$
$$0 \vee 1 = 1$$

$$x \cdot 0 = 0$$
$$x \cdot 1 = x$$
$$x \cdot \overline{x} = 0$$

$$x \vee 0 = x$$
$$x \vee 1 = 1$$
$$x \vee \overline{x} = 1$$

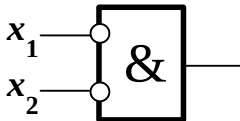
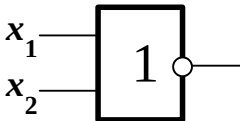
(eelnevates põhiseostes on näha *duaalsed paarid*)

idempotentsus : $x \cdot x = x$ $x \vee x = x$

DeMorgani seadused : (kahe muutuja jaoks)

$$\overline{x \vee y} = \overline{x} \overline{y}$$
$$\overline{x y} = \overline{x} \vee \overline{y}$$

tulenevalt **DeMorgani seadusest** osutuvad järgnevad skeemifragmendid samaväärseteks:



samaväärsed skeemifragmendid