

Loogikatehete definitsioonid

Loogikatehete definitsioonid määravad nende resultaadi kõikide operandiväärtuste kombinatsioonide korral (ehk määravad nende "käitumise" kõikvõimalikes olukordades).

Loogikatehete operandideks on *tõeväärtused* (0 või 1) ja tulemuseks on samuti tõeväärtus 0 või 1.

Digitaaltehnikas kontekstis on nendeks operandideks *digitaalsignaalid* (samuti tähistatud 0 ja 1) mida loogikatehted / loogikaelemendid töötlevad.

Seega loogikatehted "töötlevad tõeväärtusi uuteks tõeväärtusteks".

Tähistame tehete operandid: **A** ja **B** mis saavad omada kahte alternatiivset väärtust 0 või 1

Nendevaheliste loogikatehete **JA** **VÕI** **EI** tulemused ilmnesid juba eespool, kui tuletasime lihtsaimad võimalikud 2 sisendiga loogikaelemendid:

	inversioon	konjunktsioon	disjunktsioon
A B	$\overline{A}$	$A \wedge B$	$A \vee B$
0 0	1	0	0
0 1	1	0	1
1 0	0	0	1
1 1	0	1	1

konjunktsioon käitub / arvutab täpselt samamoodi nagu ka aritmeetiline korrutamine;

disjunktsioon käitub / arvutab väga sarnaselt aritmeetilise liitmisega;

Loogikaalgebra (Boole'i algebra)



George **Boole** (1815 — 1864)

Sündinud Inglismaal Lincolnis. 16-aastasena tegutses kooliõpetaja assistendina. Õppis 5 aastat iseseisvalt omal käel matemaatikat, keskendudes hiljem algebrale. 1835 avas oma kooli.

Uudse lähenemisega loogikale korrastas selle kaasaegseks loogikaalgebraks.

Loogikaalgebra ($\{0, 1\}; \neg, \wedge, \vee$) koosneb loogikaväärtuste hulgast $\{0, 1\}$, millel on defineeritud 3 elementaarset loogikatehet: unaarne tehe **inversioon** ja binaarsed tehted **konjunktsioon** ja **disjunktsioon**.

Kõik 3 elementaarset loogikatehet on juba eelpool defineeritud ja loogikaalgebras kehtivad nad täpselt samal kujul.

digitaaltehnikas kontekstis:

loogikaalgebra määrab lihtsaimad reeglid, mille abil saab digitaalse töötluste **riistvarakoosseisu** (loogikaskaeme / lülitusi) optimeerida / lihtsustada nende matemaatilise mudeli (loogikaavaldiste) teisendamise teel.

Muutuja x või x_i on **loogikamuutuja**, kui ta saab omandada väärtusi ainult hulgast $\{0, 1\}$. $x_i \in \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

Numbrimärkidena 0 ja 1 esitatud loogikaväärtusi nimetatakse ka "konstant 0" ja "konstant 1", et rõhutada nende erinevust muutujatest x_i .

digitaaltehnikas kontekstis:

loogikamuutujad esitavad loogikaskaemide sisenditele saabuaid (töödeldavaid) digitaalsignaale.

Loogikaavaldis on loogikamuutujaid x_i , konstante 0 1 ja tehetemärke sisaldav kooslus, mis tema muutujate x_i väärtustamisel omandab samuti loogikaväärtuse 0 või 1.

definitsioon:

- ♦ **loogikamuutuja x_i ja konstandid 0 1 on loogikaavaldised;**
- ♦ **kui A on loogikaavaldis, siis on avaldised ka $\overline{A}$ ja (A)**
- ♦ **kui A ja B on loogikaavaldised, siis on avaldised ka**
 $A \wedge B$ $A \vee B$ $A \rightarrow B$ $A \leftrightarrow B$ $A \oplus B$
(digitaaltehnikas ei kasutata loogikatehteid $\rightarrow$ $\leftrightarrow$ $\oplus$)
- ♦ **tehetemärgi puudumine operandide vahel on samaväärne tehtega $\wedge$ ehk konjunktsiooniga: $AB \equiv A \wedge B \equiv A \cdot B$**

Eelnev definitsioon välistab loogikaavaldiste hulgast ebakorrektsed operandide ja tehetemärkide kooslused: $A \wedge \vee B$ $AB \leftrightarrow$ $A(\rightarrow)B$

Kasutusel on ka alternatiivseid tehetemärke: $\& \equiv \wedge$ $\sim \equiv \leftrightarrow$ $+$ $\equiv \vee$

Inversiooni esitatakse mõnes allikas ka ülakomaga: $\bar{x} \equiv 'x$

Loogikatehete PRIORITEET loogikaavaldistes

esimesena teostatakse üksikute muutujate inversioonid

(ehk "lühikesed inversioonid"): $\bar{x}_3$

kui sulgudega ei määrata teisiti, siis konjunktsioon (ehk korrutamine) on prioriteetsem kui disjunktsioon (ehk liitmine);

avaldise mingile osale rakendatud (ehk "pikad") inversioonid saab teostada alles pärast selle avaldise(osa) väljaarvutamist, mille "kohal" / "peal" nad on;

näide:

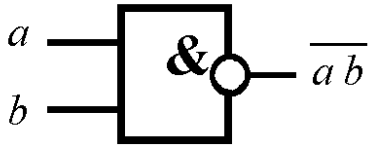
loogikaavaldises $x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)$ on tehete järjekord :

$$\overline{x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)}$$
$$x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)$$
$$x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)$$
$$x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)$$
$$x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)$$

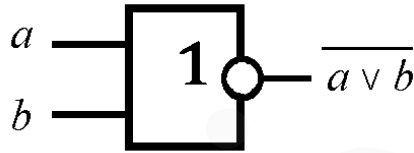
Loogikaelemendid JA-EI (NAND) VÕI-EI (NOR)

Lisaks eelpool meenutatud lihtloogikaelementidele JA VÕI EI on olemas nendest tähtsamad loogikaelemendid, mis teostavad "järjest kahte tehete" ehk lihtloogikaelementidest veidi keerulisemat töötlust.

JA-EI element teeb oma sisendite konjunktsiooni inversiooni (NAND) :



VÕI-EI element teeb oma sisendite disjunktsiooni inversiooni (NOR) :



tähtsus:

Suvalise digitaalse töötluste saab koostada, kasutades ainult elementi JA-EI

Suvalise digitaalse töötluste saab koostada, kasutades ainult elementi VÕI-EI

Reaalsetes digitaalseadmetes eelistataksegi rakendada skeeme, milles sisalduvad ainult ühesugused loogikaelemendid:

JA-EI elemendid

või

VÕI-EI elemendid

Meie kasutame digitaalskeemide koosseisus viite erinevat loogikaelementi.

LOOGIKASKEEM kui FÜÜSILINE MUDEL

LOOGIKAVALDIS kui MATEMAATILINE MUDEL

Iga loogikaskeemi jaoks saab koostada teda esitava loogikaavaldise;

Iga loogikaavaldise jaoks saab koostada teda realiseeriva loogikaskeemi

näide:

Loogikaavaldisele $f = x_1(\bar{x}_2 \vee x_3)$ vastab loogikaskeem: