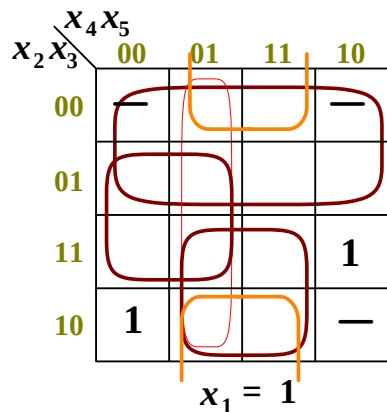
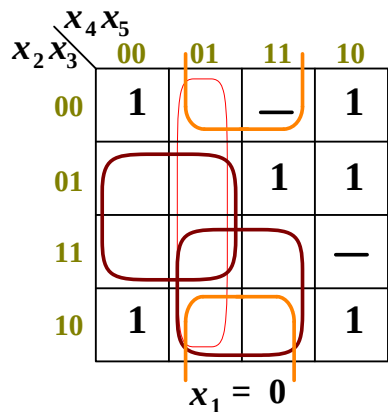


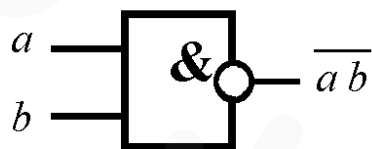


Loogikaskeemide realiseerimine JA-EI loogikaelementidel

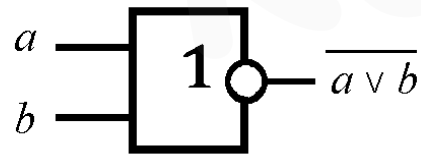
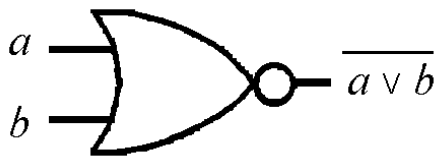
Loogikaskeemide realiseerimine VÕI-EI loogikaelementidel

meenutame :

JA-EI element teeb oma sisendite **konjunktsiooni inversiooni** (NAND) :



VÕI-EI element teeb oma sisendite **disjunktsiooni inversiooni** (NOR) :



TÄHTSUS:

Suvalise digitaalse töötuse saab koostada, kasutades ainult elemente **JA-EI**

Suvalise digitaalse töötuse saab koostada, kasutades ainult elemente **VÕI-EI**

JA-EI elementidel loogikaskeemi matemaatiline mudel on avaldis, kus sisalduvad ainult *konjunktsiooni inversioonid*.

JA-EI avaldises ei leidu konjunktsiooni ilma järgneva inversioonita. Samuti ei leidu seal üldse VÕI-tehet.

VÕI-EI elementidel loogikaskeemi matemaatiline mudel on avaldis, kus sisalduvad ainult *disjunktsiooni inversioonid*.

VÕI-EI avaldises ei leidu disjunktsiooni ilma järgneva inversioonita. Samuti ei leidu seal üldse JA-tehet.



kuidas saame JA-EI VÕI-EI kujuga loogikaavaldisi ?

JA-EI ning VÕI-EI kujudele teisendamiseks piisab sobiva normaalkuju topeltinversioonist koos järgneva *DeMorgani* seaduse rakendamisega ühele inversioonitehetest : (rakendub "alumisele" inversioonile)

$$\text{VÕI-EI} \iff \overline{\overline{}}$$

$$\text{JA-EI} \iff \overline{\overline{}}$$

Topeltinversioon ei muuda teatavasti avaldise loogilist väärtust. Seega tohib teda alati ja igale avaldisele tingimusteta rakendada.

─ näide:

Esitada funktsioon $f(x_1x_2x_3) = x_1\bar{x}_2 \vee x_3$ **JA-EI** kujulise avaldisena ning **JA-EI** loogikaelementidel loogikaskeemina.

Kuna JA-EI baasis avaldise saab DNK topeltinversiooni abil ja funktsioon ongi juba antud DNK-na, siis osutub teisendus lihtsaks ja lühikeseks.

Alustame kohe topeltinversiooni rakendamisega antud DNK-le, jätkates DeMorgani seaduse rakendamisega "alumisele" inversioonijoonele :

$$f(x_1x_2x_3) = \overline{\overline{x_1\bar{x}_2 \vee x_3}} = \overline{\overline{x_1\bar{x}_2} \cdot \overline{x_3}}$$

Saadud avaldis sisaldab ainult **JA-EI** tehteid ehk *konjunktsioone* koos vahetult järgneva *inversiooniga* .

(Pole ühtegi konjunktsiooni ilma korrutise järgneva inversioonita).

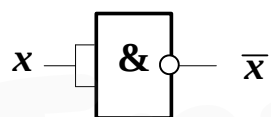
Saadud JA-EI avaldises võivad tekitada küsimusi liikmed $\bar{x}_2$ ja $\bar{x}_3$, kuna nad pole ju mitte *konjunktsiooni inversioonid* , vaid lihtsalt üksiku muutuja inversioonid.

meenutame lihtsaid põhiseoseid :

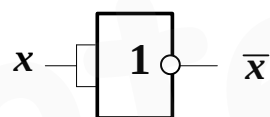
$$x \cdot x = x \quad x \vee x = x$$

Üksiku muutuja inversioon **JA-EI** (**VÕI-EI**) avaldises ei "riku" siiski avaldisekuju. Eelnevatest võrdustest / põhiseostest järeldub, et

$$\bar{x}_2 = \overline{x_2 x_2} \quad \bar{x}_2 = \overline{x_2 \vee x_2}$$



JA-EI element



VÕI-EI element

lülitatud töötama INVERTORINA

Saadud JA-EI-kujuline avaldis

$$\overline{x_1 \bar{x}_2 \cdot x_3}$$

on realiseeritav loogikaskeemina, mis koosneb ainult **JA-EI** loogikaelementidest.

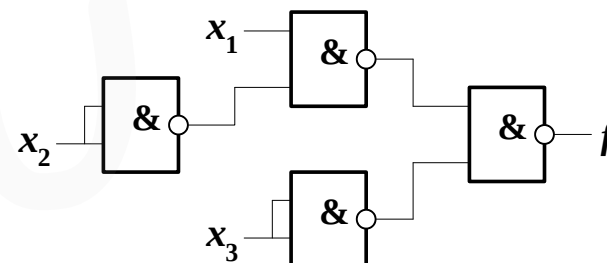


mis juhtub saadud JA-EI-avaldisega, kui DeMorgani seadusega "lõhkuda" (lisaks alumisele) ka *topeltinversiooni ülemine* inversioonijoon ?

.... seljuhul läheb avaldis tagasi (esialgseks) normaalkujuks ! — ehk **ülemist** inversioonijooni pole mõtet "lõhkuda"

JA-EI skeem on koostatav vahetult **JA-EI**-kujulisest avaldisest endast:

$$f(x_1 x_2 x_3) = \overline{x_1 \bar{x}_2 \cdot x_3}$$



loogikaskeem JA-EI elementidel

avaldisele $\overline{x_1 \bar{x}_2 \cdot x_3}$

näide:

Järgnevalt esitame sama funktsiooni / avaldise $f(x_1 x_2 x_3) = x_1 \bar{x}_2 \vee x_3$ kujul **VÕI-EI** .

Eelnevalt märkisime:

$$\text{VÕI-EI} \iff \text{KNK}$$

Seega tuleb teha sama toiming (ehk *topeltinversiooni* + *DeMorgani seaduse* rakendamine) antud funktsiooni teisele normaalkujule ehk KNK-le.

Kuna funktsioon oli antud DNK-na, siis tuleb esimese sammuna leida tema KNK (ehk on vaja üleminna "vastupidisele" normaalkujule).

Duaalsete normaalkujude (DNK KNK) omavahelist üleminekut tasub alati teha Karnaugh' kaardi abil.

Konjunktiivne normaalkuju tuleneb teatavasti funktsiooni **0**-de piirkonnast. Etteantud DNK järgi saame esmalt leida vaadeldava 3-muutuja funktsiooni $x_1 \bar{x}_2 \vee x_3$ **1**-de piirkonna, mis on otstarbekas paigutada otse 3-muutuja Karnaugh' kaardile:

	$x_2 x_3$	00	01	11	10
x_1	0				
	1				

	$x_2 x_3$	00	01	11	10
x_1	0		1	1	
	1	1	1	1	

$x_1 \bar{x}_2 \vee x_3$

MDNK ja 1-de piirkond

normaalkujudevaheline üleminek

Minnes 1-de piirkonnalt üle 0-de piirkonnale, saame funktsioonile MKNK:

$$f(x_1 x_2 x_3) = (x_1 \vee x_3)(\bar{x}_2 \vee x_3)$$

..... mille teisendame edasi kujule VÕI-EI nendesamade võtetega, millega eespool teisendasime DNK kujule JA-EI.

Rakendame KNK-le topeltinversiooni ja DeMorgani seadust:

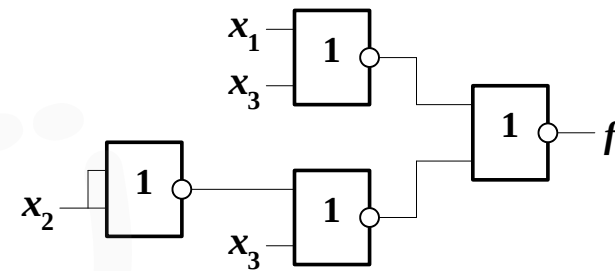
$$f(x_1 x_2 x_3) = \overline{(x_1 \vee x_3)(\bar{x}_2 \vee x_3)} = \overline{x_1 \vee x_3} \vee \overline{\bar{x}_2 \vee x_3}$$

Saadud VÕI-EI-kujuline loogikaavaldis on realiseeritav loogikaskaemina, mis koosneb ainult VÕI-EI elementidest:

	$x_2 x_3$	00	01	11	10
x_1	0	0	1	1	0
	1	1	1	1	0

$(x_1 \vee x_3)(\bar{x}_2 \vee x_3)$

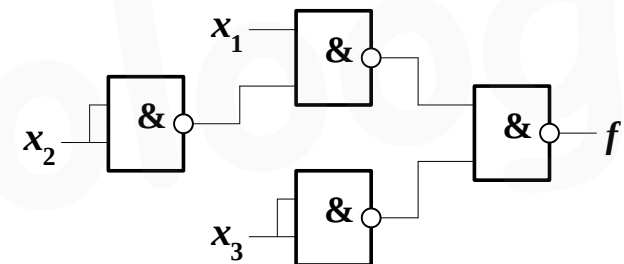
0-de piirkond ja MKNK



loogikaskaem VÕI-EI elementidel

avaldisele $\overline{x_1 \vee x_3} \vee \overline{\bar{x}_2 \vee x_3}$

saadud skeem on samaväärne eelmise, JA-EI elementidel skeemiga:



loogikaskaem JA-EI elementidel

avaldisele $\overline{x_1 \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3}$

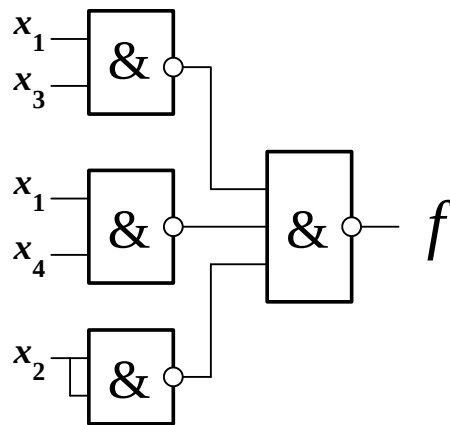
.... ja mõlemad skeemid realiseerivad algset lihtsat DNK-avaldist

$$f(x_1 x_2 x_3) = x_1 \bar{x}_2 \vee x_3$$

ülesanne:



Esitada samaväärne loogikaskaem VÕI-EI loogikaelementidel



.... skeemiga samaväärne **loogikaavaldis** (ehk skeemi matemaatiline mudel):

$$f = \overline{x_2} \cdot \overline{x_1 x_3} \cdot \overline{x_1 x_4} \quad \text{antud skeem ja avaldis on kujul JA-EI}$$

Rakendame DeMorgani seadust "pikale" inversioonile.
Avaldis teisendub **DNK**-ks:

$$f = x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_4$$

Avaldise viimiseks kujule **VÕI-EI** on vaja hoopis **KNK**-d.

Olemasoleva avaldise **KNK** on soovitatav leida selle funktsiooni **nullide piirkonna** kaudu (Karnaugh' kaardi abil).

Nullide piirkonna tuvastamiseks piisab, kui kanname olemasoleva DNK järgi selle loogikafunktsiooni *ühtede* piirkonna kaardile.

(DNK on teatavasti seotud funktsiooni **1**-de piirkonnaga):

$x_3 \backslash x_4$	00	01	11	10
$x_1 \backslash x_2$				
00				
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10		1	1	1

$$f = x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_4$$

$x_3 \backslash x_4$	00	01	11	10
$x_1 \backslash x_2$				
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	0	1	1	1

$$\text{MKNK: } f = (x_2 \vee x_3 \vee x_4)(x_1 \vee x_2)$$

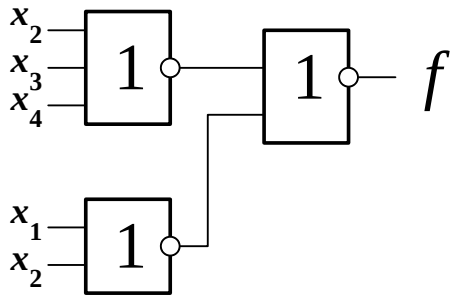
MKNK teisendub kujule **VÕI-EI**, kui KNK-le rakendada **topeltinversiooni** koos järgneva DeMorgani seaduse rakendamisega "alumisele" inversioonile:

$$f = (x_2 \vee x_3 \vee x_4)(x_1 \vee x_2) =$$

$$= \overline{\overline{(x_2 \vee x_3 \vee x_4)} \cdot \overline{(x_1 \vee x_2)}} =$$

$$= \overline{\overline{x_2 \vee x_3 \vee x_4} \cdot \overline{x_1 \vee x_2}}$$

.....vastav **loogikaskaem VÕI-EI** loogikaelementidel:



ülesanne:



Esitada eelnevalt saadud **VÕI-EI** loogikaskaem **JA-EI** elementidel

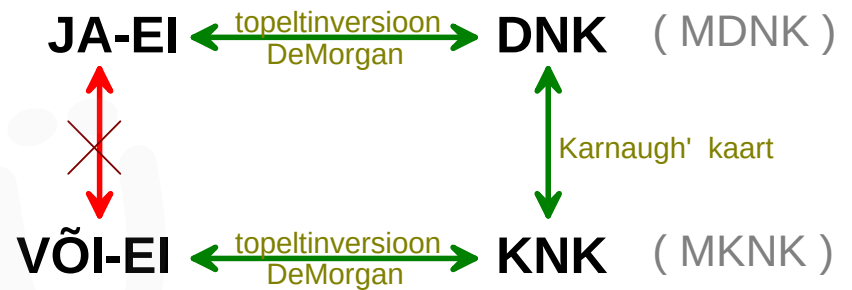


täpselt vastupidine ülesanne: kõik sammud teha eelmise suhtes "tagurpidi"

.....selleks on parim viis teisendada:

VÕI-EI → KNK → DNK → JA-EI

.....kusjuures samm **KNK → DNK** on võimalik teisendada ka **sulgude lahtikorrutamisega** koos saadud DNK järgneva lihtsustamisega loogikaalgebra põhiseoste abil.



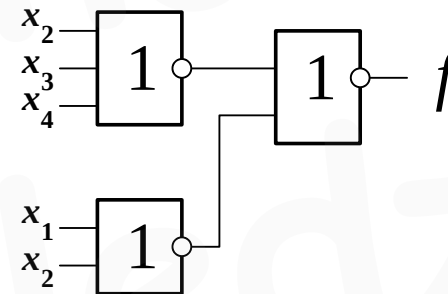
avaldistevahelised võimalikud teisendused

kui **SISENDITE ARV** loogikaelementidel on piiratud ?



kuidas saaks eelmise loogikaskaemi koostada, kasutades ainult **2 sisendiga VÕI-EI** elemente ?

elmises skeemis leidis ka **3 sisendiga** element :



kui **VÕI-EI (JA-EI)** -kujuline loogikaavaldis nõuab enama sisendite arvuga elemente, siis **topeltinversioonide** rakendamisega avaldise sobivatele osadele saab **VÕI-EI**-avaldise (**JA-EI**-avaldise) kujule, mis nõuab ainult **2 sisendiga** elemente.

Kui loogikaavaldise mingi osa ümber tohib panna **sulud** (ilma avaldist sellega "rikkumata"), siis sellelesamale avaldiseosale tohib rakendada ka **topeltinversiooni** (ilma avaldist seeläbi rikkumata).

(*topeltinversioon* teatavasti ei muuda avaldise loogilist väärtust)

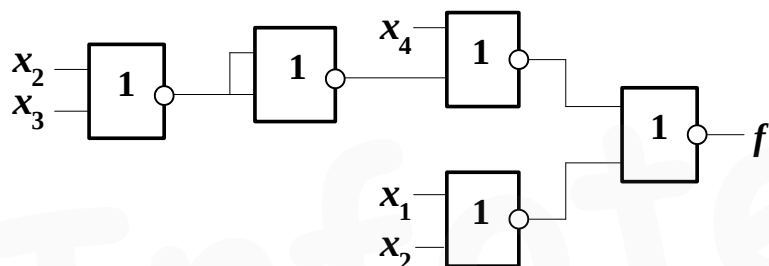
elmisele **VÕI-EI** skeemile vastav loogikaavaldis on :

$$\overline{\overline{x_2 \vee x_3 \vee x_4} \vee \overline{x_1 \vee x_2}}$$

rakendades (sobivale avaldise osale) **topeltinversiooni** saame selle avaldise viia muudetud, kuid esialgses loogiliselt samaväärsele kujule :

$$\overline{\overline{x_2 \vee x_3 \vee x_4} \vee \overline{x_1 \vee x_2}}$$

VÕI-EI loogikaavaldis mis realiseerub 2 sisendiga elementidel



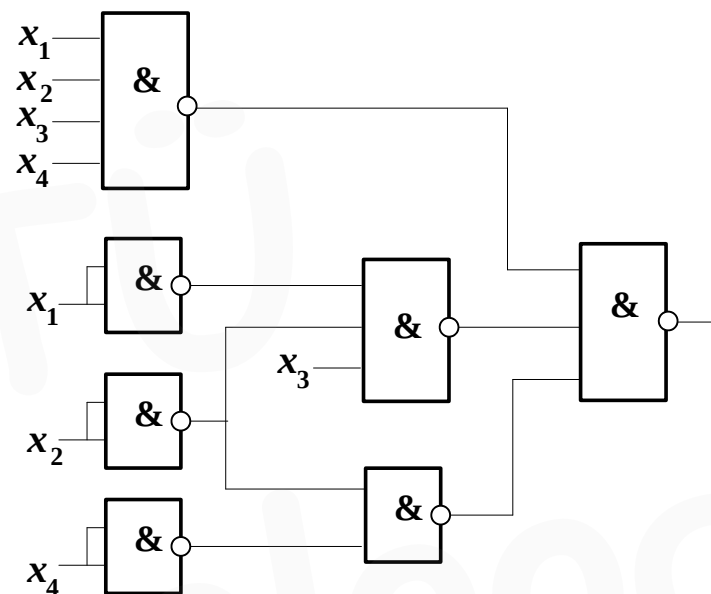
vastav loogikaskeem 2 sisendiga VÕI-EI elementidel

Sarnase võttega (sobivale avaldise osale rakendatud **topeltinversioon**) modifitseerub ka JA-EI avaldisekuju realiseeruvaks 2-sisendiga JA-EI elementidel.

ülesanne: _____



Esitada järgnev loogikaskeem 2 sisendiga JA-EI elementidel :



esialgne loogikaskeem (ilma sisendite arvu piiranguta)



... kirjutame skeemist välja tema **loogikaavaldis** :

$$f = \overline{\overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \cdot \overline{x_1 x_2 x_3} \cdot \overline{x_2 x_4}}$$

antud skeemi avaldis

rakendame avaldise sobivatesse kohtadesse **topeltinversioone** :

$$f = \overline{\overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \cdot \overline{x_1 x_2 x_3} \cdot \overline{x_2 x_4}}$$

samaväärne avaldis, mis teostub 2 sisendiga JA-EI elementidel

... sellest loogikaavaldisest saab välja joonistada loogikaskeemi, mis koosneb **ainult 2 sisendiga** JA-EI elementidest.

(skeem ise siin puudub)