Kahendkoodidega seotud mõisted

♦ (n-järguline) **kahendvektor** on kahendnumbritena **0** ja **1** esitatud loogikaväärtuste ühemõõtmeline jada pikkusega n.

Vektori **pikkus** on tema 2ndjärkude arv ehk n-järgulise 2ndvektori pikkus on n.

näide:

Järgneval real on esitatud 6 erineva pikkusega **k a h e n d v e k t o r i t** :

00101101 010 11011 10 1 000101

Kahendvektoril pole seost füüsikast tuntud vektori mõistega.
Erinevalt *kahendarvust* ei tohi kahend**vektoris** ära jätta algusnulle:

$$\mathbf{0\,0\,0\,1\,0\,1} \neq \mathbf{1\,0\,1}$$

Kahendvektori järkudel pole *järgukaalu*. Tema sarnasuse tõttu 2ndarvudega osutub mõnes rakenduses siiski kasulikuks ja vajalikuks vaadelda teda *kahendarvuna* ehk 2ndvektori järkudele omistatakse vajadusel 2ndsüsteemi loomulikud järgukaalud :

. . . . . 16 8 4 2 1

See võimaldab kahendvektorit kompaktsemalt esitada talle vastava 2ndarvu *väärtuse* (ehk vastava **10nd**arvu) abil.

♦ **lähisvektorid** (*lähiskoodid*) on võrdse pikkusega kahendvektorid, mis erinevad teineteisest ainult ühes kahendjärgus.

näide: järgnevad 2 vektorit on teineteise *lähisvektorid* : **1011 1001**

näide: ka need kaks 2ndvektorit on teineteise *lähisvektorid* :

1 1 0 1 0 1 1 0 1 0
1 1 0 1 0 0 1 0 1 0

Iga n-järguline kahendvektor omab seega n tk. lähisvektorieid.

♦ (n-mõõtmeline) **Boole'i ruum**

Kõikide / kõikvõimalike n-järguliste 2ndvektorite hulka tähistusega :

$\{0, 1\}^n$ nimetatakse **n**-mõõtmeliseks *Boole'i ruumiks*

Sellise hulga elementide (ehk vektorite) arv on alati 2^n :

$$|\{0, 1\}^n| = 2^n$$

näide:

$\{0, 1\}^3$ on *3-mõõtmeline Boole'i ruum* ehk 2ndvektorite hulk:

$\{0, 1\}^3 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

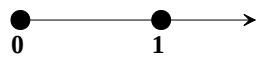
$|\{0, 1\}^3| = 2^3 = 8$

$\{0, 1\}^4$ on *4-mõõtmeline Boole'i ruum* ehk 2ndvektorite hulk:

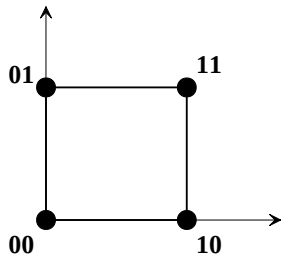
$\{0, 1\}^4 = \{0000, 0001, 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111\}$

$|\{0, 1\}^4| = 2^4 = 16$

Boole'i ruume $\{0, 1\}^1$ $\{0, 1\}^2$ $\{0, 1\}^3$ saab visuaalselt illustreerida **1**-mõõtmelise või **2**-mõõtmelise või **3**-mõõtmelise nn. *hüperkuubina*, kus *lähisvektorid* on ühendatud joonega :

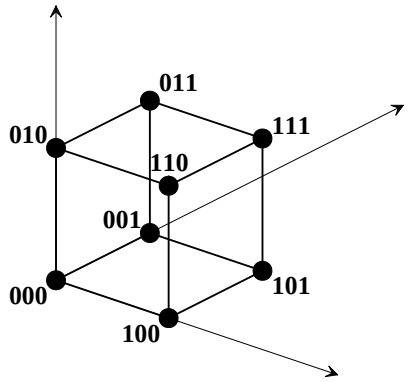


1-mõõtmeline hüperkuup
graafilise illustratsioonina
vektorite hulgale **{ 0 1 }**



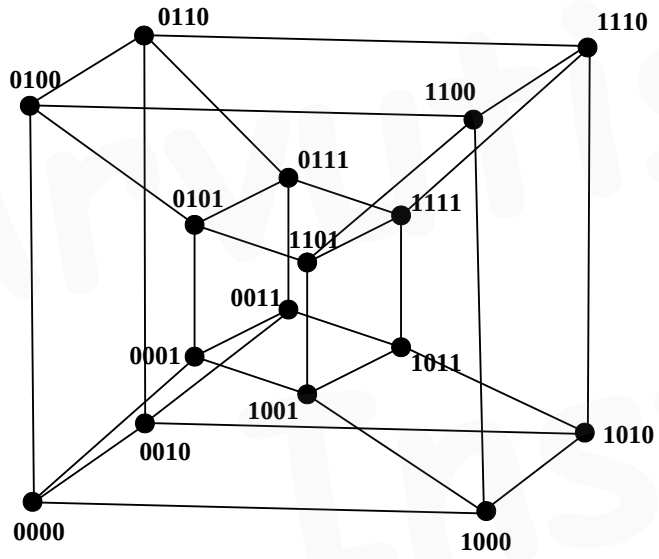
2-mõõtmeline hüperkuup
graafilise illustratsioonina
vektorite hulgale **{ 00 01 10 11 }**

TTÜ Arvutisüsteemide Instituut



3-mõõtmeline hüperkuup
graafilise illustratsioonina *3-mõõtmelisele Boole'i ruumile*

Väikse lisajõupingutusega — suudame esitada ka hulgale $\{0, 1\}^4$ vastava *hüperkuubi* meie igapäevases 3-mõõtmelises ruumis :



4-mõõtmeline hüperkuup
graafilise illustratsioonina 4-mõõtmelisele Boole'i ruumile

♦ **intervall** on võrdse pikkusega kahendvektorite hulk võimsusega 2^n ($n \in \mathrm{N}$) , milles iga hulgaelemendi jaoks leidub samas hulgas täpselt n *lähisvektorit*.

näide:

Järgnev kahendvektorite hulk on *intervall* , kuna ta sisaldab $2^2 = 4$ kahendvektorit ja igaüks nendest omab selles hulgas **2** *lähisvektorit* :

{ 000 001 010 011 }

?. . . kontrolli, mitu **lähisvektorit** leidub selles hulgas tema iga **2nd**vektori jaoks ?

ülesanne:

Leia eelnevas **2nd**vektorite hulgas **{ 000 001 010 011 }** iga vektori jaoks tema k a k s *lähisvektorit* **!**

Suvaline üksik kahendvektor **{ 00111 }** moodustab samuti *intervalli*, kuna sellises üheelemendilises hulgas on 2^0 elementi ja hulga ainus 2ndvektor omab samas hulgas 0 lähisvektorit:

(seega 2^n tk. 2ndvektoreid moodustavad intervalli ka $n = 0$ korral)

♦ intervalli **olulisteks järkudeks** (olulisteks muutujateks) on tema vektorite need 2ndjärgud, mille väärtus on kõikidel vektoritel kogu intervalli ulatuses konstantne:

{ 000 001 010 011 }

(**mitteolulised järgud** muutuvad kõikvõimalikes kombinatsioonides)

TTÜ Arvutisüsteemide Instituut

oluliste järkude ja **mitteoluliste järkude ARV** :

Kui intervallis on 2^n m-järgulist vektorit, siis on intervallil $(m-n)$ **olulist** järku ja n **mitteolulist** järku.

näide:

intervallis { **0100 0110** } on 2^1 tk **4**-järgulisi vektoreid — misjuhul sellel intervallil on **4 – 1 = 3** *olulist* järku ja **1** *mitteoluline* järk

{ **0100 0110** } siin : **kolmas** järk on *mitteoluline*

♦ Intervalli kompaktseks esituseks sobib kasutada **intervalli vektoresitust** sümbolitest **0 1** — , kus intervalli *olulised* (ehk konstantsed) järgud on tähistatud nendesamade konstantidega **0 1** ja *mitteolulised* järgud on tähistatud sümboliga — .

Üle-eelmise näitena toodud intervalli vektoresitus on **0** — — :

{ **000 001 010 011** } = **0** — —

Eelmise näiteintervalli vektoresitus on **0 1 — 0** :

{ **0100 0110** } = **0 1 — 0**

s u u r e m (ehk rohkemate vektoritega) *intervall* koosneb alati **kahest v ä i k s e m a s t** *intervallist*.

. . . suurem *intervall* tekkib kahe väiksema intervalli "ühinemisel" . . .

ülesanne:

Leia järgnevast **2nd**vektorite hulgast :

{ **0001 0110 0011 1001 1101 1011** }

— kõik **kahe** vektoriga *intervallid* (mis leiduvad selles hulgas) ;
— kõik **nelja** vektoriga *intervallid* (mis leiduvad selles hulgas) ;

kahe vektoriga *intervallid* on kõik l ä h i s v e k t o r i t e p a a r i d (mis leiduvad selles hulgas)

{ **0001 0011** } = **0 0 — 1**
{ **0001 1001** } = **— 0 0 1**
{ **0011 1011** } = **— 0 1 1**
{ **1001 1101** } = **1 — 0 1**
{ **1001 1011** } = **1 0 — 1**

nelja vektoriga *intervallideks* osutuvad mingid p a a r i d nendest viiest eelnevalt juba leitud **kahe** vektoriga intervallidest :

kui kahe *intervalli* erinevus on täpselt ühes o l u l i s e s järgus, siis need 2 intervalli saab liita kokku ("ühendada") suuremaks *intervalliks* :

0 0 — 1 ja **1 0 — 1** liituvad (4 vektoriga) intervalliks : **— 0 — 1**
— 0 0 1 ja **— 0 1 1** liituvad (4 vektoriga) intervalliks : **— 0 — 1**

. . . seega leidub siin vektorite hulgas ü k s a i n u s **nelja** vektoriga intervall.

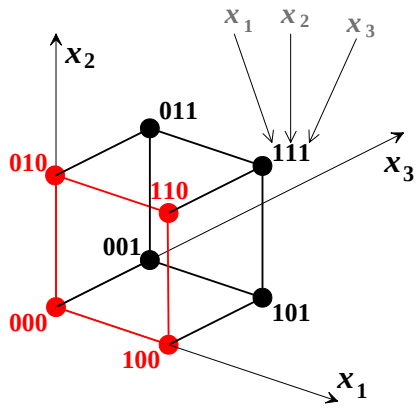
. . . rohkem ei leidu siin selliseid "kaheste" intervallide paare, mis erineksid täpselt ühes o l u l i s e s järgus — misjuhul ei leidu (siin vaadeldavas hulgas) ka rohkem (erinevaid) "neljaseid" intervalle.

Intervalle vajame tulevastes teemades : eelkõige *loogikaavaldiste normaalkujude* optimeerimise / minimeerimise juures.

n-mõõtmelised a l a m k u u b i d hüperkuubis

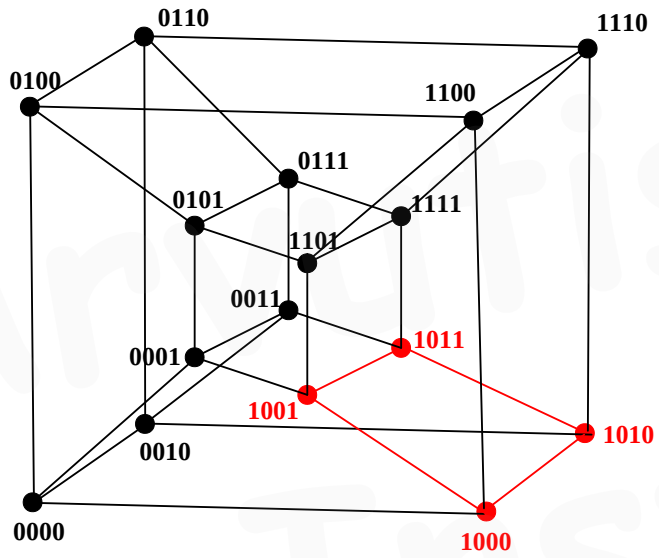
Suvalisest *hüperkuubist* saab tema joonisel välja eraldada mingi tema *alamkuubi* :

näide :



2-mõõtmeline ALAMKUUP — — 0 **3-mõõtmelises hüperkuubis**

näide :



2-mõõtmeline alamkuup 1 0 — — **4-mõõtmelises hüperkuubis**

. . . kas iga (mistahes mõõtmelisusega) **Boole'i ruum** on alati samaaegselt ka **intervall** ?

JAH ! Iga *Boole'i ruum* on *intervall*. Tema *vektoresitus* koosneb ainult kriipsudest : — — — — — — —

TTÜ Arvutisüsteemide Instituut