

Loogikafunktsiooni **implikant** **Lihtimplikant** **Taandatud DNK**

Mõistel **IMPLIKANT** pole mingit seost loogikatehtega **implikatsioon**.



Loogikafunktsiooni **implikandiks** nimetatakse tema **1**-de piirkonna mistahes *intervalli* (ehk tema igat "ühtede intervalli" — iga suurusega).
(*meenutame* : **intervall** on kindlate omadustega *2ndvektorite hulk*)

--- näide: -----

Sellisel 3-muutuja loogikafunktsioonil (suvaline juhuslik näitefunktsioon) :

$f :$

		$x_2 x_3$			
	x_1	00	01	11	10
0	0	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0

.... on **7 implikanti** :

{001} {011} {100} {101} {100 101} {001 011} {001 101}

... mida esitavad Karnaugh' kaardil sellised *kontuurid* :

0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0

Lihtimplikantideks nimetatakse *maksimaalseid* ehk *suurimaid* implikante — selliseid, mis *tervikuna ei sisaldu üheski muus* (veelgi suuremas) **1**-de intervallis.

sellel funktsioonil on *lihtimplikantideks* : **{100 101} {001 011} {001 101}**

Taandatud DNK (TaDNK) on funktsiooni **kõikide lihtimplikantide disjunktsioon**.

Eelmise näitefunktsiooni **Taandatud DNK** esitub Karnaugh' kaardil :

$f :$

		$x_2 x_3$			
	x_1	00	01	11	10
0	0	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0

$$f(x_1 x_2 x_3) = x_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 x_3 \quad (\text{TaDNK})$$

(selle funktsiooni **MDNK** on $x_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_3$)

MDNK ja **TaDNK** võivad olla (osadel funktsioonidel) sama avaldis.

Kui **MDNK** ja **TaDNK** on teineteisest erinevad avaldised, siis **MDNK sisaldub TaDNK sees**



Kuna kõik *lihtimplikandid* on Karnaugh' kaardil hästi näha, siis sobib kaart ka **TaDNK** leidmiseks.

Igal loogikafunktsioonil on täpselt **1 TDNK** ja täpselt **1 TaDNK**



.... aga **taandatud KNK** ?

Taandatud KNK on defineeritav **duaalse** vastandina **TaDNK** suhtes: **TaKNK** on kõikidest *suurimatest 0-de intervallidest* koostatud **KNK**



.... milleks **TaDNK** ?

algoritmiline minimeerimine saab toimuda ainult üle **taandatud** normaalkuju: kui *arvutiprogramm* peab leidma **MDNK** (**MKNK**), siis esmalt leiab minimeerimisalgoritm / programm **TaDNK** (**TaKNK**) :

f :

	x_2x_3			
x_1	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	0	0

arvuti ei saa kohe väljavalida ainult **rohelist** kontuureid jättes **punase** üldse leidmata

ülesanne: -----

Leida **Karnaugh' kaardi** abil MDNK ja Taandatud DNK 4-muutuja funktsioonile:

$$f(x_1 \dots x_4) = \sum(4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15)_1$$



kanname tõeväärtustabeli $\sum(4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15)_1$ 4-muutuja kaardile

	x_3x_4			
x_1x_2	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

	x_3x_4			
x_1x_2	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11		1	1	
10		1	1	

	x_3x_4			
x_1x_2	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11		1	1	
10		1	1	

MDNK : $f = \bar{x}_1 x_2 \vee x_1 x_4$

MDNK andvad mõlemad kontuureid esitavad lihtimplikante.

TaDNK ?

ehk: kas sellel funktsioonil on veel lihtimplikante lisaks neile kahele ?



Iga suurim 1-de kontuur esitab kaardil ühte lihtimplikanti.

1-de kontuur on "suurim" kui ta tervikuna ei sisaldu üheski teises

(veelgi suuremas) 1-de kontuuris :

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11		1	1	
10		1	1	

Taandatud DNK : $f = \bar{x}_1 x_2 \vee x_1 x_4 \vee x_2 x_4$

MDNK on osa TaDNK-st: eelmised rohelised liikmed on MDNK-ks

ülesanne: -----



Leida Karnaugh' kaardi abil MDNK ja Taandatud DNK 4-muutuja funktsioonile:

$$f(x_1 \dots x_4) = \sum(0, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 13)_1$$



kanname TVtabeli $\sum(0, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 13)$ 4-muutuja kaardile :

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		
11		1		
10	1	1		1

MDNK kontuuridevalik :

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		
11		1		
10	1	1		1

MDNK : $f = \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_3 x_4$

MDNK koosseisu kontuurid esitavad selle funktsiooni (mingeid) lihtimplikante : (need 3 valitud kontuuri on lihtimplikandid)

TaDNK ? : kas sellel funktsioonil on veel lihtimplikante lisaks neile 3-mele ?



kõik lihtimplikandid : (TaDNK jaoks kontuuridevalik) :

x_3x_4	x_1x_2		00	01	11	10
00			1			1
01			1	1		
11				1		
10			1	1		1

TaDNK: $f =$

$$\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

! tüüpiline viga:



see näide ei tähenda, et TaDNK saadakse 2-ruudulistest kontuuridest:

x_3x_4	x_1x_2		00	01	11	10
00						
01			1	1	1	1
11				1	1	
10				1	1	

x_3x_4	x_1x_2		00	01	11	10
00						
01			1	1	1	1
11				1	1	
10				1	1	

NB! eelpoolsetes ülesannetes saadud ja analüüsitud DNK-avaldis:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 \vee x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_4$$

.... ongi Taandatud DNK:



f :

x_3x_4	x_1x_2		00	01	11	10
00				1	1	
01			1	1	1	
11				1	1	
10			1		1	1

kõik need 5 kontuuri on lihtimplikandidid

selle loogikafunktsiooni TaDNK:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 \vee x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_4$$

avaldisel teisel tekkiv DNK võib sageli olla **TaDNK** :

näiteks kodutöös:

kui korrutada KNK sulud lahti ja lihtsustada,

võib teisendustulemus olla **TaDNK** :

$$MKNK = () () () = \dots = TaDNK$$

... ja kui kodutöös **MKNK = MDNK** siis peab kodutöös teisendust jätkama (*kleepimisseaduse* abil) nii, et lõpuks tekkiks **MDNK** :

$$MKNK = () () () = \dots = TaDNK = \dots = MDNK$$

TaDNK ja **MDNK** võivad olla sama avaldis. Seljuhul :

$$MKNK = () () () = \dots = MDNK$$

McCluskey' minimeerimismeetod



probleem :

Karnaugh' kaart on **visuaalheuristiline** minimeerimismeetod. (vajalike kontuuride **otsene vahetu** väljavalimine pole algoritmina kirjeldatav)

Karnaugh' kaart sobib kuni 6-muutujaga loogikafunktsioonide jaoks;

McCluskey' minimeerimismeetodi *head* omadused :

McCluskey' meetodis ei ole *muutujate arv* piiratud

McCluskey' meetod on **algoritm** — saab realiseerida **arvutiprogrammina**

Selle minimeerimismeetodi imiteerimine "käsitsi paberil" on mahukas töö. Vaatleme seda meetodit ainult väikestel funktsioonidel / näidetel.

McCluskey' meetodist on olemas **intervallmodifikatsioon** ja **10ndmodifikatsioon**.

Järgnev näide esitab *intervallmodifikatsiooni* — mis on eelistatum.

termin **indeks** :

2ndvektori **indeks** on 1-de arv tema koosseisus : **0101 indeks** on **2**

ülesanne: -----



Leida **McCluskey'** meetodiga MDNK ja MKNK eelnevalt *Karnaugh'* kaardi abil minimeeritud osaliselt määratud funktsioonile:

$$f(x_1 \dots x_4) = \sum(0, 2, 6, 7, 8, 10)_1 \prod(1, 4, 5, 9, 11, 12, 13, 15)_0 (3, 14) -$$

see on sama funktsioon, mille tõeväärtustabel paiknes kaardil: