KARNAUGH' KAARDID

Karnaugh' Kaart on tõeväärtustabeli sihipärane topoloogiline ümberpaigutus tasandil või ruumis.

Karnaugh' Kaardi põhiomadused:

— *n*-muutuja kaardi igal ruudul on **n** naaberruutu

— suvalised 2 naaberruutu on teineteise lähiskoodidega

(**lähiskoodid** on kahendvektorid, mis erinevad ainult ühesainsas oma kahendjärgus)

2- ja **3-** ja **4-**muutuja funktsiooni Karnaugh' Kaart on **tasandiline** (2-mõõtmeline)

5- ja **6-**muutuja funktsiooni Karnaugh' Kaart on **ruumiline** (3-mõõtmeline)

$x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
0	**0** 000	**1** 001	**3** 011	**2** 010
1	**4** 100	**5** 101	**7** 111	**6** 110

3-muutuja Karnaugh' Kaart

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	**0** 0000	**1** 0001	**3** 0011	**2** 0010
01	**4** 0100	**5** 0101	**7** 0111	**6** 0110
11	**12** 1100	**13** 1101	**15** 1111	**14** 1110
10	**8** 1000	**9** 1001	**11** 1011	**10** 1010

4-muutuja Karnaugh' Kaart

näide: 3-muutuja loogikafunktsiooni $f(x_1 x_2 x_3) = \mathbf{x_1 \bar{x}_2 \vee x_3}$

tõeväärtustabel:

$x_1\ x_2\ x_3$	$x_1\bar{x}_2 \vee x_3$
0 0 0	**0**
0 0 1	**1**
0 1 0	**0**
0 1 1	**1**
1 0 0	**1**
1 0 1	**1**
1 1 0	**0**
1 1 1	**1**

paikneb 3-muutuja Karnaugh' Kaardil:

$x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	**0** 00000	**1** 00001	**3** 00011	**2** 00010
01	**4** 00100	**5** 00101	**7** 00111	**6** 00110
11	**12** 01100	**13** 01101	**15** 01111	**14** 01110
10	**8** 01000	**9** 01001	**11** 01011	**10** 01010

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	**16** 10000	**17** 10001	**19** 10011	**18** 10010
01	**20** 10100	**21** 10101	**23** 10111	**22** 10110
11	**28** 11100	**29** 11101	**31** 11111	**30** 11110
10	**24** 11000	**25** 11001	**27** 11011	**26** 11010

$x_1 = 1$

$x_1 = 0$

$x_1 = 1$

5-muutuja Karnaugh' Kaart

(kolmemõõtmeline!)

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	**0** 000000	**1** 000001	**3** 000011	**2** 000010
01	**4** 000100	**5** 000101	**7**	**6**
11	**12**	**13**	**15** 001111	**14** 001110
10	**8** 001000	**9**	**11**	**10**

$x_1x_2 = 00$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	**16** 010000	**17** 010001	**19**	**18**
01	**20**	**21**	**23**	**22**
11	**28**	**29**	**31** 011111	**30** 011110
10	**24** 011000	**25**	**27**	**26**

$x_1x_2 = 01$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	**48** 110000	**49**	**51**	**50**
01	**52**	**53**	**55**	**54**
11	**60**	**61**	**63** 111111	**62** 111110
10	**56** 111000	**57**	**59**	**58**

$x_1x_2 = 11$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	**32** 100000	**33** 100001	**35**	**34**
01	**36**	**37**	**39**	**38**
11	**44**	**45**	**47** 101111	**46** 101110
10	**40** 101000	**41**	**43**	**42**

$x_1x_2 = 10$

x_1x_2

0 0

0 1

1 1

1 0

6-muutuja Karnaugh' Kaart

(kolmemõõtmeline)

Karnaugh' kaardil võib välja valida kindlate mõõtmetega ruutude gruppe, mida nimetatakse **kontuurideks**.

2-mõõtmelise Karnaugh' Kaardi **kontuuride võimalikud suurused** :

1×1 ruutu

1×2 ruutu

1×4

2×2

2×4

4×4

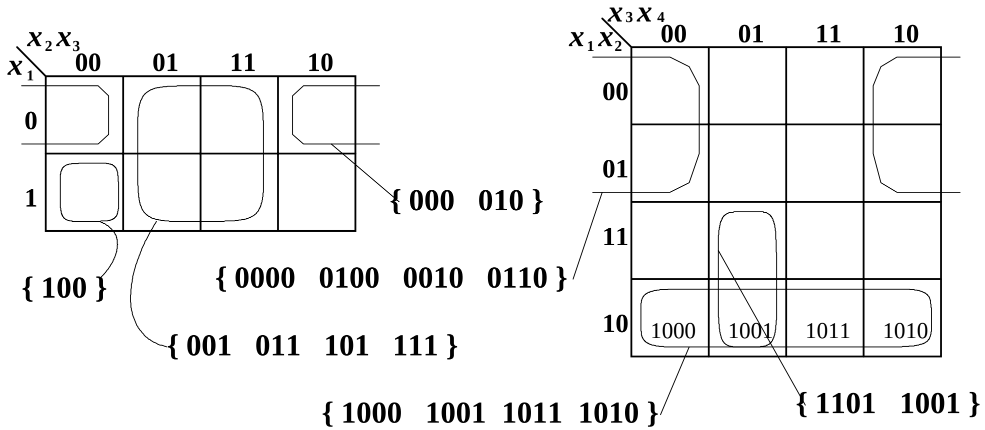
$2^m \times 2^n$

3-mõõtmelise Karnaugh' Kaardi **kontuuride võimalikud suurused** :

$1 \times 1 \times 1$ ruutu
$1 \times 1 \times 2$ ruutu
$1 \times 1 \times 4$
$1 \times 2 \times 1$
$1 \times 2 \times 2$
$1 \times 2 \times 4$
. . . .
$4 \times 4 \times 4$

Seega pole Karnaugh' kaardi kontuurideks ruutudegrupid küljepikkusega 3 ruutu. Ülejäänud võimalikud küljepikkused on kontuuridel lubatud.

Karnaugh' kaardi iga kontuur vastab ühele kahendvektorite intervallile:



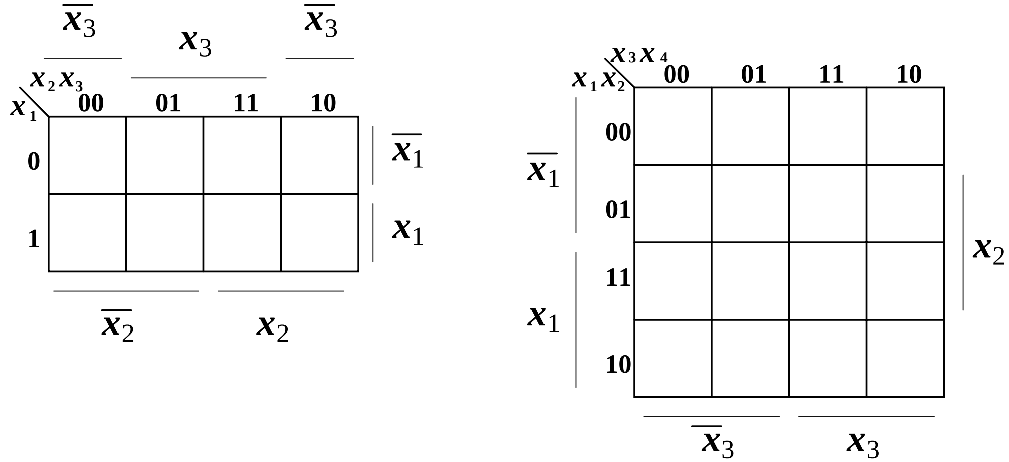
Eelnevas näites on väljaeraldatud 3 kontuuri 3-muutuja K. Kaardil ja 3 kontuuri 4-muutuja K. kaardil. Iga kontuuri jaoks on näidatud ka temale vastav intervall.

n-muutuja kaardil on *2n* kattuvat piirkonda:

$\boldsymbol{x}_1 = \mathbf{0}$ $\boldsymbol{x}_1 = \mathbf{1}$ $\boldsymbol{x}_2 = \mathbf{0}$ $\boldsymbol{x}_2 = \mathbf{1}$ . . . . $\boldsymbol{x}_n = \mathbf{0}$ $\boldsymbol{x}_n = \mathbf{1}$

mida võib tähistada vastavalt:

$\overline{\boldsymbol{x}}_1$ $\boldsymbol{x}_1$ $\overline{\boldsymbol{x}}_2$ $\boldsymbol{x}_2$ . . . . $\overline{\boldsymbol{x}}_n$ $\boldsymbol{x}_n$



Loogikafunktsioonide MINIMEERIMINE

Loogikafunktsiooni **minimeerimine** on tema esitamine minimaalse keerukusega normaalkujul — minimaalsel disjunktiivsel normaalkujul (MDNK) või minimaalsel konjunktiivsel normaalkujul (MKNK).

Loogikafunktsioone võib minimeerida nende esituskuju teisendamisega — loogikaalgebra põhiseosed ja loogikatehete asendusvalemeid kasutades.

Loogikafunktsioonide minimeerimiseks on olemas ka spetsiaalsed meetodid, mis leiavad suvalisele loogikafunktsioonile tema minimaalse normaalkujulise esituskuju: MDNK või MKNK.

Loogikafunktsiooni minimeerimine KARNAUGH' KAARDI abil.

Loogikafunktsiooni minimeerimine on Karnaugh' kaardi põhiline rakendusvaldkond.

Karnaugh' kaart on kõige eelistatum minimeerimisvahend.

Loogikafunktsiooni minimeerimiseks Karnaugh' Kaardi abil:

- paigutada funktsiooni tõeväärtustabel Karnaugh' kaardile.
- katta kõik '**1**'-d (või kõik '**0**'-d)
  võimalikult väikse arvu võimalikult suurte kontuuridega.
- määrata iga valitud kontuuri jaoks tema ulatuses konstantsed muutujad $\boldsymbol{x}_i$

● kirjutada kontuuride konstantsete muutujate järgi välja MDNK või MKNK liikmed. Iga kontuur annab ühe elementaarkonjunktsiooni või elementaardisjunktsiooni.

näide:

Vaatleme eelpoolset 3-muutuja funktsiooni $f(x_1 x_2 x_3)$ tõeväärtustabeliga

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	**0**
0	0	1	**1**
0	1	0	**0**
0	1	1	**1**
1	0	0	**1**
1	0	1	**1**
1	1	0	**0**
1	1	1	**1**

Olgu eesmärk esitada sellele funktsioonile MDNK ja MKNK.

Kanname tõeväärtustabeli Karnaugh'

f:

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	**0**	**1**	**1**	**0**
1	**1**	**1**	**1**	**0**

MDNK saamiseks katame **1**de ruudud võimalikult väikse arvu võimalikult suurte kontuuridega:

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	**0**	**1**	**1**	**0**
1	**1**	**1**	**1**	**0**

MKNK saamiseks — **0**de ruudud:

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	**0**	**1**	**1**	**0**
1	**1**	**1**	**1**	**0**

Kontuurid tohivad osaliselt kattuda — suurendada igat kontuuri maksimaalsuuruseni.
1de kontuuri ei tohi sattuda **0**lle ja vastupidi.

1de ruudud (1de piirkond) on kaetav kahe max kontuuriga: 4se ja 2sega.

4se kontuuri ulatuses on ainus konstantne muutuja $\boldsymbol{x}_3$ ($\boldsymbol{x}_3 = \mathbf{1}$)

2se kontuuri ulatuses on konstantseteks muutujateks $\boldsymbol{x}_1 = \mathbf{1}$ ja $\boldsymbol{x}_2 = \mathbf{0}$

Iga **1**de kontuur määrab DNK-s ühe elementaarkonjunktsiooni:

MDNK: $f(x_1 x_2 x_3) = \boldsymbol{x_1 \bar{x}_2} \vee \boldsymbol{x_3}$

1de kontuuri ulatuses konstantne muutuja $\boldsymbol{x}_i = \mathbf{1}$ annab elementaarkonjunktsiooni koosseisu vastava <u>otseväärtuses</u> muutuja $\boldsymbol{x}_i$

1de kontuuri ulatuses konstantne muutuja $\boldsymbol{x}_i = \mathbf{0}$ annab elementaarkonjunktsiooni koosseisu vastava <u>inversioonis</u> muutuja $\bar{\boldsymbol{x}}_i$

0de ruudud (0de piirkond) on kaetav samuti kahe kontuuriga: mõlemad 2sed.

Ühe kontuuri ulatuses on konstantseteks muutujateks $\boldsymbol{x}_1 = \mathbf{0}$ ja $\boldsymbol{x}_3 = \mathbf{0}$

Teise kontuuri ulatuses on konstantseteks muutujateks $\boldsymbol{x}_2 = \mathbf{1}$ ja $\boldsymbol{x}_3 = \mathbf{0}$

Iga **0**de kontuur määrab DNK-s ühe elementaardisjunktsiooni:

MKNK: $f(x_1 x_2 x_3) = (\boldsymbol{x_1} \vee \boldsymbol{x_3})(\boldsymbol{\bar{x}_2} \vee \boldsymbol{x_3})$

0de kontuuri ulatuses konstantne muutuja $\boldsymbol{x}_i = \mathbf{0}$ annab elementaardisjunktsiooni koosseisu vastava <u>otseväärtuses</u> muutuja $\boldsymbol{x}_i$

0de kontuuri ulatuses konstantne muutuja $\boldsymbol{x}_i = \mathbf{1}$ annab elementaardisjunktsiooni koosseisu vastava <u>inversioonis</u> muutuja $\bar{\boldsymbol{x}}_i$

● Kirjutada järgneva tõeväärtustabeliga esitatud 3-muutuja funktsioonile välja tema **täielik disjunktiivne normaalkuju** (TDNK) ja lihtsustada see TDNK *loogikaalgebra põhiseoste* abil **minimaalseks DNK**-ks (MDNK).

$x_1\,x_2\,x_3$	$f(x_1 x_2 x_3)$
0 0 0	**1**
0 0 1	**0**
0 1 0	**1**
0 1 1	**1**
1 0 0	**0**
1 0 1	**1**
1 1 0	**1**
1 1 1	**1**

$$f(x_1 x_2 x_3) = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1\bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2\bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3 =$$

$$= \bar{x}_1\bar{x}_3(\bar{x}_2 \vee x_2) \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1\bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2(\bar{x}_3 \vee x_3) =$$

$$= \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1\bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 =$$

$$= \bar{x}_1(\bar{x}_3 \vee x_2 x_3) \vee x_1(\bar{x}_2 x_3 \vee x_2) =$$

$$= \bar{x}_1(\bar{x}_3 \vee x_2) \vee x_1(x_3 \vee x_2) =$$

$$= \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_2 =$$

$$= \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee x_2(\bar{x}_1 \vee x_1) \vee x_1 x_3 =$$

$$= \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 x_3$$

● Leida eelnevalt vaadeldud 3-muutuja funktsioonile Karnaugh' kaardi abil **minimaalne disjunktiivne normaalkuju** (MDNK) ja **minimaalne konjunktiivne normaalkuju** (MKNK)

$x_1\,x_2\,x_3$	$f(x_1 x_2 x_3)$
0 0 0	**1**
0 0 1	**0**
0 1 0	**1**
0 1 1	**1**
1 0 0	**0**
1 0 1	**1**
1 1 0	**1**
1 1 1	**1**

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	**1**	**0**	**1**	**1**
1	**0**	**1**	**1**	**1**

f

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	**1**	**0**	**1**	**1**
1	**0**	**1**	**1**	**1**

kontuuridevalik MDNK leidmiseks

MDNK: $f(x_1 x_2 x_3) = \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 x_3$

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	**1**	**0**	**1**	**1**
1	**0**	**1**	**1**	**1**

kontuuridevalik MKNK leidmiseks

MKNK: $f(x_1 x_2 x_3) = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)$

NB! Sellel funktsioonil **MKNK = TKNK** ehk TKNK ei lihtsustu

LOGIKAFUNKTSIOONIDE MINIMEERIMINE

❶ Leida **Karnaugh' kaardiga** MDNK MKNK:

$$f(x_1 \ldots x_4) = \prod(1,\ 4,\ 5,\ 9,\ 11,\ 12,\ 13,\ 15)_0\ \ (3,\ 14)_{-}$$

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

MDNK:

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

MDNK : $f = \bar{x}_2\,\bar{x}_4 \ \vee\ \bar{x}_1\,x_3$

MKNK:

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

mõlemad piirkonnad samal kaardil kontuurides:

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

MKNK: $f = (\bar{x}_2 \vee x_3)\,(x_3 \vee \bar{x}_4)\,(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4)$

❷ Leida **Karnaugh' kaardiga** MDNK MKNK:

$$f(x_1 \ldots x_5) = \sum(0,\ 2,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 24,\ 30)_1\ \ (3,\ 14,\ 16,\ 18,\ 26)_{-}$$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	—	0	0	—
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	1	0	0	—

$x_1 = 1$

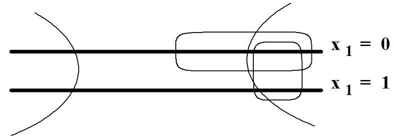
MDNK:

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

$x_1 = 0$

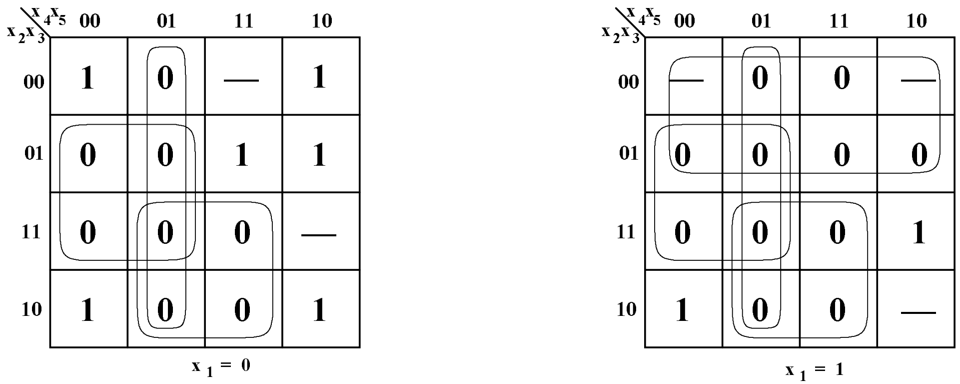
$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	—	0	0	—
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	1	0	0	—

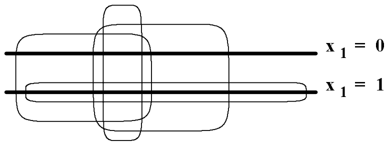
$x_1 = 1$



MDNK : $f = \bar{x}_3\,\bar{x}_5 \ \vee\ \bar{x}_1\,\bar{x}_2\,x_4 \ \vee\ x_2\,x_4\,\bar{x}_5$

MKNK:





MKNK : $f = (\bar{x}_3 \vee x_4)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_5)(x_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_2)$

---

❸ Kontrollida **Karnaugh' kaardiga** DNK-avaldise

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 \vee x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_4$$

minimaalsust

DNK elementaarkonjunktsioonidele vastavad **1-de intervallid**:

$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4$ = 1 0 – 0

$x_1\bar{x}_2x_3$ = 1 0 1 –

x_3x_4 = – – 1 1

x_2x_4 = – 1– 1

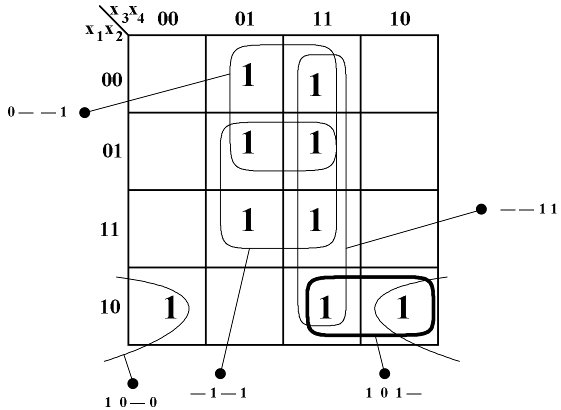
$\bar{x}_1x_4$ = 0 – – 1

Leiame nendele intervallidele vastavad **1de kontuurid** Karnaugh' kaardil:

$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 \vee x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_4$

1 0 – 0   1 0 1 –   – – 1 1   – 1 – 1   0 – – 1

Leiame nendele intervallidele vastavad **1de kontuurid** Karnaugh' kaardil:



ilmneb, et:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 = x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_3x_4$$

leidub ka nende avaldiste võrdsust kinnitav teisendusvõimalus:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 =$$

$$= x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_3x_4 = x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_3x_4$$

Seega on DNK-avaldise:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 \vee x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_4$$

minimaalne DNK:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_3x_4 \vee x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_4 \qquad \text{(MDNK)}$$

● Leida **Karnaugh' kaardiga** MDNK MKNK:

$$f(x_1 \ldots x_5) = \sum(0, 1, 4, 9, 25, 28)_1 \quad (5, 13)_-$$

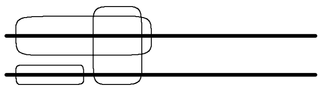
MDNK:

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	—		
11		—		
10		1		

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00				
01				
11	1			
10		1		

$x_1 = 1$



MDNK : $f = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5$

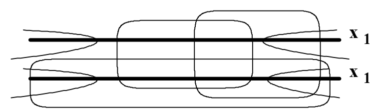
MKNK:

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	—		
11		—		
10		1		

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00				
01				
11	1			
10		1		

$x_1 = 1$



MKNK : $f = \bar{x}_4 (\bar{x}_1 \vee x_2)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_5)$

● Leida **Karnaugh' kaardiga** MDNK:

$$f(x_1 \ldots x_6) = \sum(0, 1, 16, 17, 46, 48, 49, 58, 59, 62, 63)_1 \quad (32, 33, 36, 39, 44)_-$$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11				
10				

$x_1x_2 = 00$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11				
10				

$x_1x_2 = 01$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11			1	1
10			1	1

$x_1x_2 = 11$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	—	—		
01	—		—	
11	—			1
10				

$x_1x_2 = 10$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11				
10				

$x_1x_2 = 00$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11				
10				

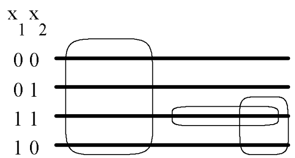
$x_1x_2 = 01$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11			1	1
10			1	1

$x_1x_2 = 11$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	—	—		
01	—		—	
11	—			1
10				

$x_1x_2 = 10$



MDNK : $f = \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee x_1 x_2 x_3 x_5 \vee x_1 x_3 x_4 x_5 \bar{x}_6$

LOOGIKAFUNKTSIOONIDE MINIMEERIMINE

❶ Leida **Karnaugh' kaardiga** MDNK MKNK:

$$f(x_1 \dots x_4) = \prod(1,\ 4,\ 5,\ 9,\ 11,\ 12, 13, 15)_0\ \ (3, 14)_-$$

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

MDNK:

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

MDNK : $f = \bar{x}_2\,\bar{x}_4 \ \vee\ \bar{x}_1\,x_3$

MKNK:

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

mõlemad piirkonnad samal kaardil kontuurides:

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

MKNK : $f = (\bar{x}_2 \vee x_3)\,(x_3 \vee \bar{x}_4)\,(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4)$

❷ Leida **Karnaugh' kaardiga** MDNK MKNK:

$$f(x_1 \dots x_5) = \sum(0, 2, 6, 7, 8, 10, 24, 30)_1\ \ (3, 14, 16, 18, 26)_-$$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	—	0	0	—
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	1	0	0	—

$x_1 = 1$

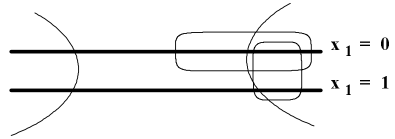
MDNK:

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

$x_1 = 0$

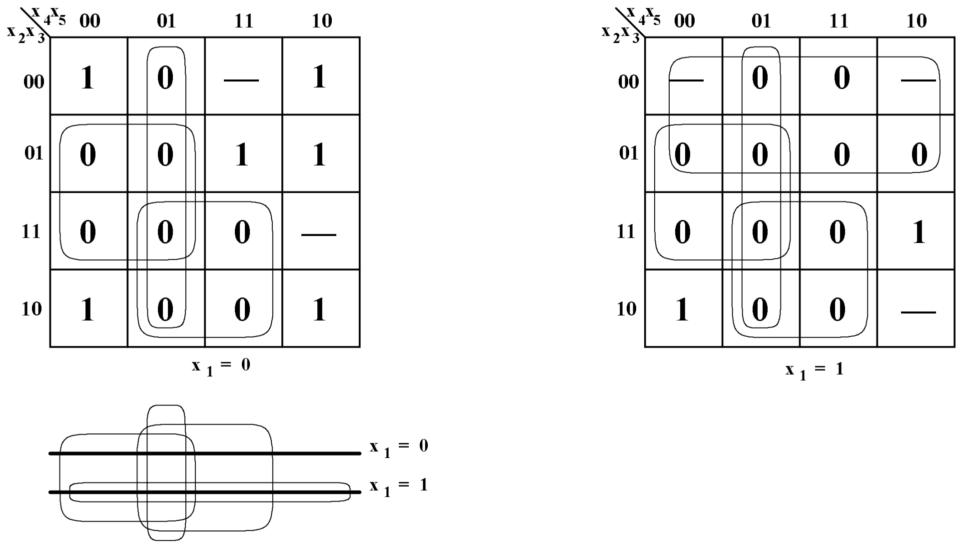
$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	—	0	0	—
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	1	0	0	—

$x_1 = 1$



MDNK : $f = \bar{x}_3\,\bar{x}_5 \ \vee\ \bar{x}_1\,\bar{x}_2\,x_4 \ \vee\ x_2\,x_4\,\bar{x}_5$

MKNK:



MKNK : $f = (\bar{x}_3 \vee x_4)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_5)(x_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_2)$

---

❸ Kontrollida **Karnaugh' kaardiga** DNK-avaldise

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4$$

minimaalsust

DNK elementaarkonjunktsioonidele vastavad **1-de intervallid**:

$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4$ = 1 0 – 0

$x_1\bar{x}_2 x_3$ = 1 0 1 –

$x_3 x_4$ = – – 1 1

$x_2 x_4$ = – 1– 1

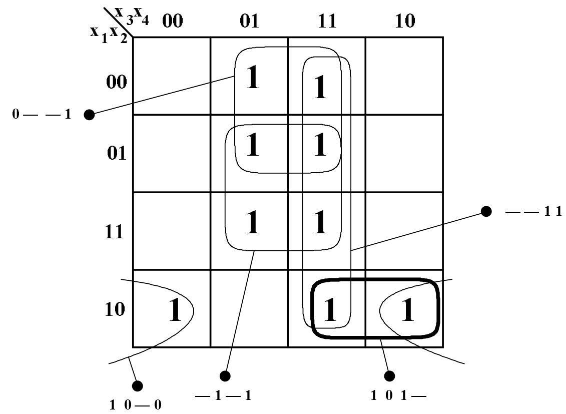
$\bar{x}_1 x_4$ = 0 – – 1

Leiame nendele intervallidele vastavad **1de kontuurid** Karnaugh' kaardil:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4$$

1 0 – 0   1 0 1 –   – – 1 1   – 1 – 1   0 – – 1

Leiame nendele intervallidele vastavad **1de kontuurid** Karnaugh' kaardil:



ilmneb, et:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 = x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_3 x_4$$

leidub ka nende avaldiste võrdsust kinnitav teisendusvõimalus:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 =$$

$$= x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1\bar{x}_2 x_3\bar{x}_4 \vee x_3 x_4 = x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_3 x_4$$

Seega on DNK-avaldise:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4$$

minimaalne DNK:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4 \qquad \text{(MDNK)}$$

● Leida **Karnaugh' kaardiga** MDNK MKNK:

$$f(x_1 \dots x_5) = \sum(0, 1, 4, 9, 25, 28)_1 \quad (5, 13)_-$$

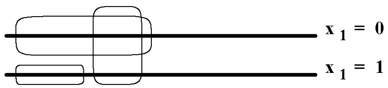
MDNK:

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	—		
11		—		
10		1		

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00				
01				
11	1			
10		1		

$x_1 = 1$



MDNK : $f = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$

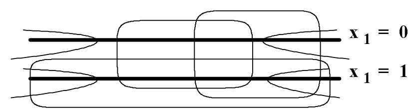
MKNK:

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	—		
11		—		
10		1		

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00				
01				
11	1			
10		1		

$x_1 = 1$



MKNK : $f = \bar{x}_4(\bar{x}_1 \vee x_2)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_5)$

● Leida **Karnaugh' kaardiga** MDNK:

$$f(x_1 \dots x_6) = \sum(0, 1, 16, 17, 46, 48, 49, 58, 59, 62, 63)_1 \quad (32, 33, 36, 39, 44)_-$$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11				
10				

$x_1x_2 = 00$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11				
10				

$x_1x_2 = 01$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11			1	1
10			1	1

$x_1x_2 = 11$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	—	—		
01	—		—	
11	—			1
10				

$x_1x_2 = 10$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11				
10				

$x_1x_2 = 00$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11				
10				

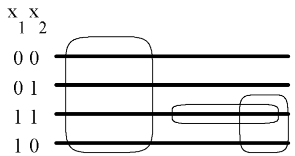
$x_1x_2 = 01$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11			1	1
10			1	1

$x_1x_2 = 11$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	—	—		
01	—		—	
11	—			1
10				

$x_1x_2 = 10$



MDNK : $f = \bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2x_3x_5 \vee x_1x_3x_4x_5\bar{x}_6$